UFPB - CCEN - Departamento de Matemática

CÁLCULO III - 1ª Avaliação INTEGRAL MÚLTIPLA

1º EXAME - Gabarito A Prof. MPMatos

01 *Se* $D = \{(x,y)\,;\ 0 \le x \le 1 \text{ e } x \le y \le 1\}$, *o valor da integral dupla* $\iint_D 2dA$ *é igual a*:

(a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 4 (e) 8 (f) 9 (g) NDR

---

02 *Assinale o valor da massa da placa* $D : x^2 + y^2 \le 1,\ x \le 0,\ y \ge 0$, *com densidade* $\sigma(x,y) = 2x^2$.

(a) $\pi/4$ (b) $\pi/8$ (c) 2π (d) $3\pi/8$ (e) 8π (f) π (g) NDR

---

03 *Assinale o volume do corpo* Ω, *descrito por*: $x^2 + y^2 \le x,\ 0 \le z \le 1,\ x \ge 0,\ y \ge 0$.

(a) $\pi/8$ (b) $\pi/4$ (c) $\pi/2$ (d) π (e) $3\pi/2$ (f) $9\pi/4$ (g) NDR

---

04 *Sobre a região* $D : x^2 + y^2 \le 1,\ x \ge 0,\ y \ge 0$, *assinale o valor de* $\iint_D \sqrt{x^2 + y^2}\, dA$.

(a) $4\pi/3$ (b) $9\pi/2$ (c) $\pi/6$ (d) $\pi/3$ (e) $8\pi/3$ (f) 9π (g) NDR

---

05 *O cálculo de* $\int_0^{4\pi} \int_{y/4}^{\pi} \left(\frac{\operatorname{sen} x}{x} \right) dxdy$ *é feito invertendo a ordem de integração. O valor da integral é*:

(a) 12 (b) 10 (c) 8 (d) 6 (e) 4 (f) 2 (g) NDR

---

06 *Ao integrar a função* $f(x,y,z) = 2\left(x^2 + y^2\right)$ *sobre o sólido* $x^2 + y^2 \le 9;\ 0 \le z \le 1$, *obtém-se*:

(a) 162π (b) 16π (c) 2π (d) 48π (e) 3π (f) 81π (g) NDR

---

07 *O sólido esférico* $\Omega : x^2 + y^2 + z^2 \le 4$, *de densidade constante* $\sigma \equiv 15$, *gira em torno do eixo* z, *com velocidade angular constante. O momento de inércia* I_z *é dado por*:

$$I_z = \iiint_\Omega \left(x^2 + y^2\right) \cdot \sigma \; dV.$$

O cálculo do momento I_z *torna-se mais simples em coordenadas esféricas. Assinale o valor de* I_z.

(a) 12π (b) 256π (c) 36π (d) 128π (e) 512π (f) 6π (g) NDR

GABARITO (PREENCHIMENTO OBRIGATÓRIO)

01	02	03	04	05	06	07
(a)	(a)	**(a)**	(a)	(a)	(a)	(a)
(b)	**(b)**	(b)	(b)	(b)	(b)	**(b)**
(c)	(c)	(c)	(c)	**(c)**	(c)	(c)
(d)	(d)	(d)	(d)	(d)	(c)	(d)
(e)	(e)	(e)	**(e)**	(e)	(e)	(e)
(f)	(f)	(f)	(f)	(f)	**(f)**	(f)
(g)	(g)	(g)	(g)	(g)	(g)	(g)

PARTE II - ESCREVENDO PARA APRENDER (valor 3,0 pontos)

Nota:

08 *O volume do sólido Ω acima da região D do plano xy e abaixo do plano $z = y$ é dado por:*

$$\text{vol}(\Omega) = \int_1^2 \int_1^x y\,dy\,dx + \int_2^4 \int_1^{4/x} y\,dy\,dx.$$

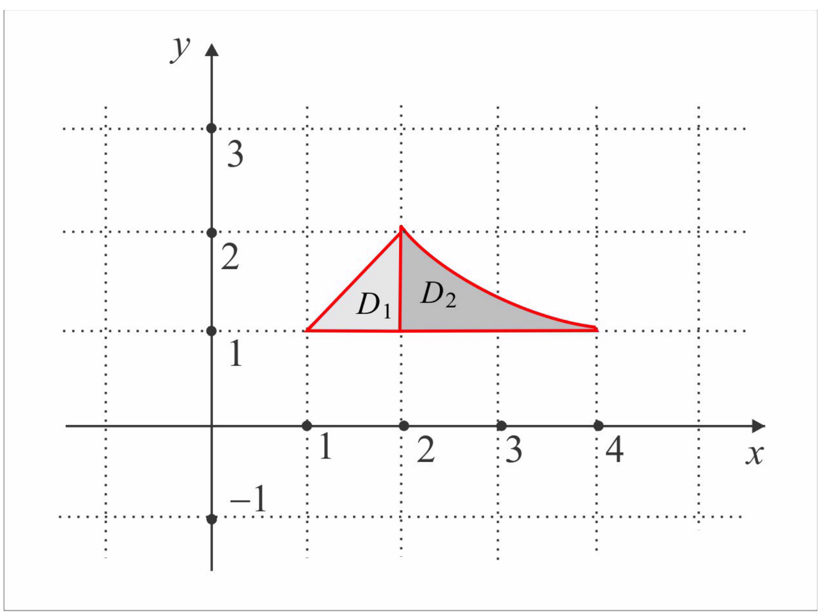
(a) *Esboce graficamente a região D.*

(b) *Expresse o* $\text{vol}(\Omega)$ *por uma integral dupla, com a ordem de integração invertida.*

(c) *Calcule o valor de* $\text{vol}(\Omega)$.

RESPONDA AQUI A QUESTÃO 08 (use também o verso da folha)

(a) A região D é composta das regiões simples D_1 e D_2, isto é, $D = D_1 \cup D_2$, como ilustrado na figura.



(b) Invertendo a ordem de integração, encontramos:

$$\boxed{\mathrm{vol}\,(\Omega) = \int_1^2 \int_y^{4/y} y \; dx dy}.$$

(c) Um cálculo direto nos dá:

$$\mathrm{vol}\,(\Omega) = \int_1^2 \int_y^{4/y} y \; dx dy = \int_1^2 y \left(\frac{4}{y} - y \right) dy = \int_1^2 \left(4 - y^2\right) dy = 4\Big[y\Big]_1^2 - \frac{1}{3}\Big[y^3\Big]_1^2 = \boxed{5/3}.$$