PROF. MPMATOS

UFPB - CCEN - Departamento de Matemática

CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL II

AVALIAÇÃO Nº 3 DERIVADA DIRECIONAL & APLICAÇÕES

ALUNO(A): ______________________ ID - UFPB: ____________

CURSO: ______________________ TURNO: ____________

PARTE I - QUESTÕES MÚLTIPLA ESCOLHA (valor 7,0 pontos)

Nota: ☐

01 *Qual a área da imagem do retângulo* $R : [-1,1] \times [0,1]$ *pela aplicação* $T(x,y) = (-3x - y, x + y)$?

(a) 3 (b) 4 (c) 5 (d) 10 (e) 14 (f) NDR

02 *Escolha a função* $z = f(x,y)$ *sem ponto crítico no plano* $\mathbb{R}^2$.

(a) $z = xy$ (b) $z = 3xy - y^2$ (c) $z = x^3 - y^3 + 2y$ (d) $z = xy + x$ (e) $z = y \ln(x^2+2)$ (f) NDR

03 *Se* $f(x,y) = 2x^2 + 2y^2 - 6xy$, *a derivada direcional de* $f(x,y)$ *no ponto* $P(1,1)$, *na direção unitária da reta* $y = x$, *que aponta para cima, é igual a:*

(a) $3\sqrt{2}$ (b) $-2\sqrt{2}$ (c) $-3\sqrt{2}$ (d) $-\sqrt{2}$ (e) $2\sqrt{2}$ (f) NDR

04 *A equação* $x^2yz + yz^2 - ze^{xy} - 2 = 0$ *define, próximo do ponto* $P_0(0,1,2)$, *a variável* z *como função de* x e y. *O valor de* $z_x(0,1)$ *é:*

(a) $-2/5$ (b) $-2/3$ (c) $-4/5$ (d) $-6/5$ (e) $2/3$ (f) NDR

05 *Assinale o maior valor assumido pela função* $z = x^2 - y$, *na região* $D : x^2 + y^2 \leq 4$.

(a) $7/2$ (b) $13/4$ (c) $17/4$ (d) $35/8$ (e) $65/16$ (f) NDR

06 *Assinale o ponto* B *sobre a reta normal à superfície* $S : x^2 + 2y^2 - z = 1$, *no ponto* $A(1,1,2)$.

(a) $B(3,3,3)$ (b) $B(5,3,3)$ (c) $B(3,-1,-1)$ (d) $B(5,-1,-1)$ (e) $B(3,5,1)$ (f) NDR

07 *Escolha no menu a função* $z = f(x,y)$, *com um ponto de sela na origem.*

(a) $z = xy$ (b) $z = x^2 + y^2$ (c) $z = -x^2 - y^2$ (d) $z = xy + y$ (e) $z = x^2 - 3y$ (f) NDR

GABARITO (PREENCHIMENTO OBRIGATÓRIO)

01	02	03	04	05	06	07
(a)	(a)	(a)	(a)	(a)	(a)	(a)
(b)	(b)	(b)	(b)	(b)	(b)	(b)
(c)	(c)	(c)	(c)	(c)	(c)	(c)
(d)	(d)	(d)	(d)	(d)	(d)	(d)
(e)	(e)	(e)	(e)	(e)	(e)	(e)
(f)	(f)	(f)	(f)	(f)	(f)	(f)

PARTE II - ESCREVENDO PARA APRENDER (valor 3,0 pontos)

Nota: ☐

Uma distribuição de temperatura na placa $D : x^2 + y^2 \leq 4$ *é dada por:*

$$f(x,y) = x^2 - y^2 + 6x.$$

(a) *É possível que a temperatura mínima da placa ocorra no seu interior? Justifique a resposta.*

(b) *Determine em que direção, a partir do ponto* $A(1,1)$, *a temperatura diminui mais rapidamente.*

(c) *Determine as temperaturas máxima e mínima da placa e em que pontos elas ocorrem.*

RESPONDA AQUI A PARTE II (use o verso da folha, se necessário)

(a) $f(1,1) = 6$ (b) $\vec{v} = -\nabla f(1,1) = -7\vec{i} - 2\vec{j}$

(c) NÃO, PORQUE O ÚNICO PONTO CRÍTICO DE f $P(-3,0)$ ESTÁ FORA DA PLACA.

(d) SISTEMA DE LAGRANGE:

$$\begin{cases} 2x + 6 + 2\lambda x = 0 & (\mathrm{I}) \\ -2y + 2\lambda y = 0 & (\mathrm{II}) \\ x^2 + y^2 = 4 & (\mathrm{III}) \end{cases}$$

De (II), temos: $y = 0$ ou $\lambda = 1$

(i) $y = 0 \Rightarrow x = \pm 2$ $(P_1(2,0)$ e $P_2(-2,0))$

(ii) $\lambda = 1 \xRightarrow{(\mathrm{I})} 4x = -6 \Rightarrow \boxed{x = -3/2} \xrightarrow{\mathrm{III}} y = \pm\sqrt{7}/2$

$P_3\left(-\frac{3}{2}, \frac{\sqrt{7}}{2}\right)$ e $P_4\left(-\frac{3}{2}, -\frac{\sqrt{7}}{2}\right)$ 2 $f(P_1) = 16$ // $f(P_2) = -8$.

$f(P_3) = -\frac{17}{2}$; $f(P_4) = -\frac{17}{2}$

PARTE I

01 $R = [-1,1] \times [0,1]$; $T(x,y) = (-3x-y, x+y)$

$A(R) = 2$; $J(T) = \begin{vmatrix} -3 & -1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = -2$

$A(R^*) = |J(T)| \cdot A(R) = \boxed{4}$ b

02 $z = y \ln(x^2+2) \Rightarrow z_y = \ln(x^2+2) > 0, \forall x$ e

03 $f = 2x^2 + 2y^2 - 6xy$, $\vec{v} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\vec{i}+\vec{j})$

$\nabla f(1,1) = -2\vec{i} - 2\vec{j}$; $\frac{\partial f}{\partial \vec{v}}(1,1) = \nabla f(P) \cdot \vec{v}$

$= -\frac{2}{\sqrt{2}} - \frac{2}{\sqrt{2}} = -\frac{4}{\sqrt{2}} = \boxed{-2\sqrt{2}}$ b

04 $x^2yz + yz^2 - ze^{xy} - 2 = 0$; $P_0(0,1,2)$

$F_x(P_0) = -2$ e $F_z(P_0) = 3$

$\frac{\partial z}{\partial x}(0,1) = -\frac{-2}{3} = \boxed{2/3}$ e

05 $S: x^2 + 2y^2 - z = 1$; $A(1,1,2)$

$\nabla F(1,1,2) = 2\vec{i} + 4\vec{j} - \vec{k}$; $r_N: \begin{cases} x = 1+2t \\ y = 1+4t \\ z = 2-t \end{cases}$

$t = 1 \longmapsto \boxed{B(3,5,1)}$ e

06 $z = xy$; $z_{xx} = 0$; $z_{xy} = 1$; $z_{yy} = 0$; $B^2 - AC = 1$ a

BEBEEA