PROF. MPMATOS

UFPB - CCEN - D*mat*

CÁLCULO DIF. & INTEGRAL 2 - AV1

ALUNO(A): ______________________ ID - UFPB: __________

CURSO: ______________________ TURNO: __________

PARTE II - APLICAÇÕES DA INTEGRAL (valor 5,0 pontos)

Nota:

01 VOLUME DE REVOLUÇÃO *Seja D a região do plano xy, descrita por:*

$$D : \{(x, y) : 0 \leq x \leq 1 \ \text{ e } \ \sqrt{x} \leq y \leq 2 - x\}$$

e represente por Ω o corpo sólido gerado pela rotação da região D em torno da reta $L : y = -1$.

(a) *Esboce o gráfico da região D* **(b)** *Calcule o valor de $\mathrm{vol}(\Omega)$, o volume do corpo Ω.*

02 ÁREA EM COORDENADAS POLARES. *Seja D a região interior à circunferência γ_1 e exterior à cardioide γ_2, dadas na forma polar por:*

$$\gamma_1 : r = \operatorname{sen}\theta \quad \text{e} \quad \gamma_2 : r = 1 - \cos\theta.$$

Calcule o valor de $A(D)$, a área da região D.

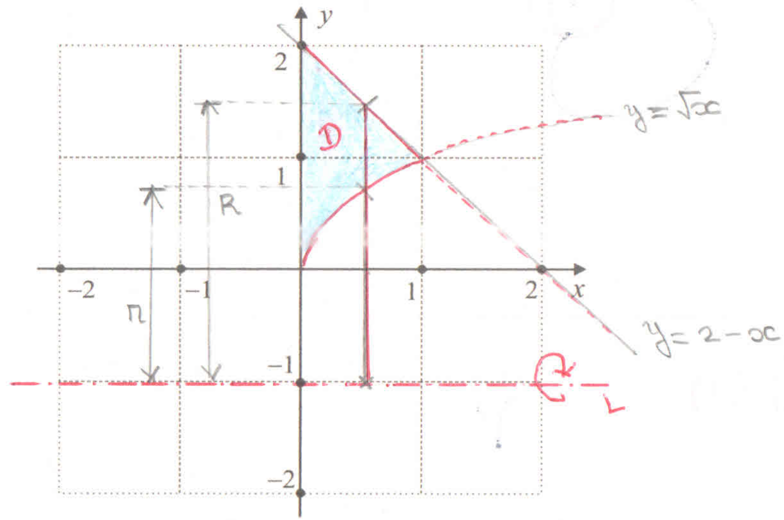
03 COMPRIMENTO DE CURVAS *Em cada caso, calcule o comprimento da curva γ especificada.*

(a) *γ é o menor arco da circunferência $x^2 + y^2 = 8$, do ponto $A(2\sqrt{2}, 0)$ ao ponto $B(\sqrt{6}, \sqrt{2})$.*

(b) *γ é a parte da cardioide $r = 2 + 2\cos\theta$, situada no segundo quadrante.*

RESPONDA AQUI AS QUESTÕES (use também o verso da folha)

01(a)



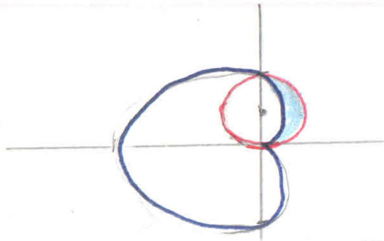
01(b) $dV = \pi(R^2 - r^2)\,dx \ ; \ R = 2 - x + 1 \ ; \ r = \sqrt{x} + 1$

$$\mathrm{vol}(\Omega) = \int_0^1 \pi\left[(3-x)^2 - (\sqrt{x}+1)^2\right]dx$$

$$= \pi \int_0^1 (9 - 6x + x^2 - x - 2\sqrt{x} - 1)\,dx$$

$$= \pi\left(8 - \frac{7}{2} + \frac{1}{3} - \frac{4}{3}\right) = \boxed{\frac{7\pi}{2}}$$

02 $\gamma_1 : r = \operatorname{sen}\theta$; $\gamma_2 : 1-\cos\theta$



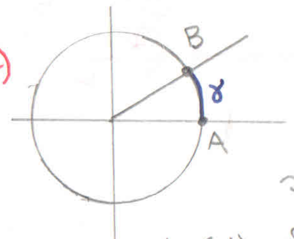
$$A(D) = \frac{1}{2}\int_0^{\pi/2} \left[\operatorname{sen}^2\theta - (1-\cos\theta)^2\right] d\theta$$

$$= \frac{1}{2}\int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(\operatorname{sen}^2\theta - 1 + 2\cos\theta - \cos^2\theta\right) d\theta$$

$$= \frac{1}{2}\int_0^{\pi/2} \left(\cos(2\theta) + 2\cos\theta - 1\right) d\theta$$

$$= \frac{1}{2}\left(\underbrace{\frac{\operatorname{sen}2\theta}{2}\Big|_0^{\pi/2}}_{0} + \operatorname{sen}\theta\Big|_0^{\pi/2} - \frac{\theta}{2}\Big|_0^{\pi/2} \right) = \boxed{1-\frac{\pi}{4}}$$

03 (a)



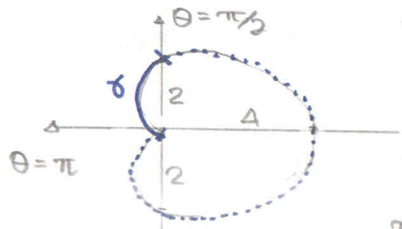
$A(2\sqrt{2}, 0)$, $B(\sqrt{6}, \sqrt{2})$

$\gamma : x = 2\sqrt{2}\cos t$, $y = 2\sqrt{2}\operatorname{sen} t$

$x = \sqrt{6} \Rightarrow 2\sqrt{2}\cos t = \sqrt{6} \Rightarrow t = \pi/6$

$$L(\gamma) = \int_0^{\pi/6} \sqrt{8\operatorname{sen}^2 t + 8\cos^2 t}\, dt = \boxed{\frac{\pi\sqrt{2}}{3}}$$

(b) $\gamma : r = 2 + 2\cos\theta$, $\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \pi$.



$$L(\gamma) = \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \sqrt{(2+2\cos\theta)^2 + 4\operatorname{sen}^2\theta}\, d\theta$$

$$= \sqrt{8}\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \sqrt{1+\cos\theta}\, d\theta$$

$$= \sqrt{8}\int_{\pi/2}^{\pi} \frac{\operatorname{sen}\theta\, d\theta}{\sqrt{1-\cos\theta}} = \sqrt{8}\int_1^2 \frac{dt}{\sqrt{t}}$$

$$= \sqrt{8}\cdot 2\left[\sqrt{t}\right]_1^2$$

$$= 2\sqrt{8}(\sqrt{2}-1) = 4\sqrt{2}(\sqrt{2}-1) = \boxed{8-4\sqrt{2}}$$

SS

2.4

$1 - \frac{\pi}{4}$