



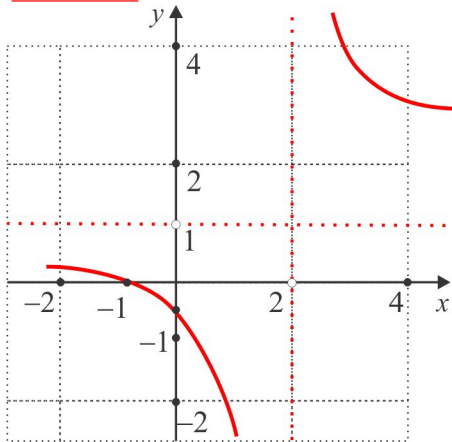
PARTE II - FUNÇÕES, GRÁFICOS & LIMITES

(valor 5,0 pontos)

01 CONSTRUINDO GRÁFICO Seja $y = f(x)$ a função real, definida pela regra:

$$y = \frac{x+1}{x-2}, \quad x \neq 2.$$

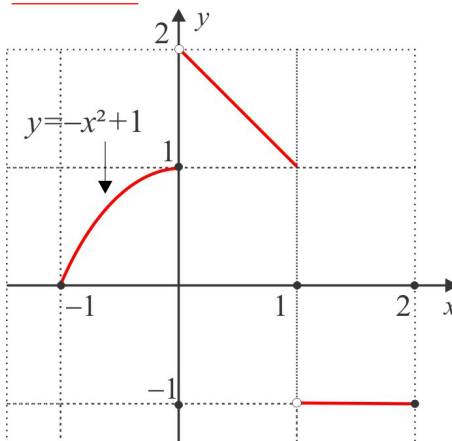
- (a) Esboce o gráfico da função f , identificando as interseções com os eixos. Qual a imagem de f ?
- (b) Encontre a função $y = g(x)$, tal que $g \circ f(x) = x$. Qual o domínio da função g ?

SOLUÇÃO

- (a) Do gráfico, vemos que $\text{Im}(f) = (-\infty, 1) \cup (1, +\infty)$ e as interseções com os eixos são os pontos $A(-1, 0)$ e $B(0, -\frac{1}{2})$.
- (b) Basta resolver a equação $y = \frac{x+1}{x-2}$ para expressar x em função do y . Temos que $D(g) = \text{Im}(f)$

$$y = \frac{x+1}{x-2} \Leftrightarrow y(x-2) = x+1 \Leftrightarrow x = \frac{2y+1}{1-y}.$$

$$\text{Logo: } g(y) = \frac{1+2y}{y-1} \quad \text{ou} \quad g(x) = \frac{2x+1}{x-1}.$$

02 LEITURA DO GRÁFICO Na figura abaixo ilustra-se o gráfico de certa função $y = f(x)$.**SOLUÇÃO**

- (a) $D(f) = [-1, 2]$ e $\text{Im}(f) = [0, 2] \cup \{-1\}$.
- (b) Temos que $f(-1/2) = 3/4$, $f(1) = 1$ e $f(3/2) = -1$.

Logo:

$$f(0) + 2f(1) + f(3/2) = 1 + 2 \times 1 + (-1) = 7/4$$

- (c) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 2$ e $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = 1$.

03 CALCULANDO LIMITES. Calcule os seguintes limites:

(a) $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{x^2 - 4}{x - 2} \right)$ (b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{-3x^2 + 4x - 16}{x^2 + x + 16} \right)$ (c) $\lim_{x \rightarrow -1} (x^2 - x + 2)$.

SOLUÇÃO

(a) $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{x^2 - 4}{x - 2} \right) = \lim_{x \rightarrow 2} \left[\frac{(x - 2)(x + 2)}{x - 2} \right] = \lim_{x \rightarrow 2} (x + 2) = \boxed{4}$

(b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{-3x^2 + 4x - 16}{x^2 + x + 16} \right) = \lim_{x \rightarrow \infty} \left[\frac{x^2}{x^2} \left(\frac{-3 + 4/x - 16/x^2}{1 + 1/x + 16/x^2} \right) \right] = \boxed{-3}$

(c) $\lim_{x \rightarrow -1} (x^2 - x + 2) = (-1)^2 - (-1) + 2 = \boxed{4}$

$$\frac{(x-2)(x+2)}{x-2}$$