



2º EXAME - Gabarito A Prof. MPMATOS

PARTE I - QUESTÕES MÚLTIPLA ESCOLHA COM RESPOSTA ÚNICA (valor 7,0 pontos)

01 Sabendo que $f(x) = \frac{2x+1}{-x+2}$, assinale o valor de $f'(0)$.

- (a) -3 (b) 3 (c) -3/4 (d) 5/4 (e) 3/4 (f) 1/4 (g) **NDR**
-

02 Selecione a reta horizontal tangente à curva $y = \frac{x^3}{3} - 2x^2 + 1$.

- (a) $y = 37$ (b) $y = -26/3$ (c) $y = 33/3$ (d) $y = 41/3$ (e) $y = -38/3$ (f) $y = -29/3$ (g) **NDR**
-

03 Seja $f(x) = g(2x+1) \cdot \exp(2x)$, onde $g(x)$ é uma função derivável em $x = 1$. Calcule $f'(0)$, sabendo que $g(1) = 2$ e $g'(1) = 1$.

- (a) 7 (b) -1/3 (c) 6 (d) -4 (e) -1 (f) 12 (g) **NDR**
-

04 A equação $y^2 = 2x - \ln(y/x)$ define y como função de x e $y(2) = 2$. Assinale o valor de $y'(2)$.

- (a) 5/9 (b) 3/2 (c) 11/16 (d) 6/3 (e) 1/3 (f) 5/6 (g) **NDR**
-

05 Escolha no menu o valor de $f'(2) - 2f'(1)$, sendo $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ uma função com as propriedades:

(i) $f(a+b) = f(a) + f(b) + 2a^2b, \forall a, b,$ e (ii) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(h)}{h} = 1.$

- (a) 44 (b) 3 (c) -2 (d) 0 (e) -75 (f) -9 (g) **NDR**
-

06 Ao calcular o valor de $\lim_{x \rightarrow 0} \left[\frac{x \cos(2x)}{2 \tan(2x)} \right]$, obtém-se:

- (a) 1/2 (b) -3/2 (c) -1 (d) -2/3 (e) 1/3 (f) 1/4 (g) **NDR**
-

07 Seja $g(x) = f(x \cos x) + [f(2x)]^3$, onde a função $y = f(x)$ é derivável em $x = 0$, $f(0) = \sqrt{2}$ e $f'(0) = 4$. Qual o valor de $g'(0)$?

- (a) 22 (b) 98 (c) -22 (d) 26 (e) 50 (f) -94 (g) **NDR**
-

GABARITO (PREENCHIMENTO OBRIGATÓRIO)

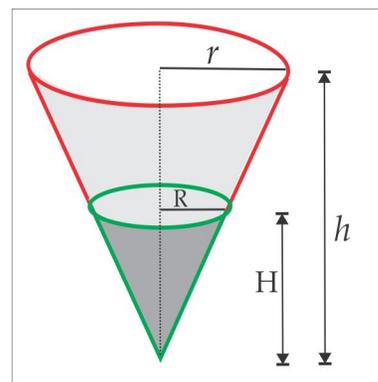
01	02	03	04	05	06	07
(a)	(a)	(a)	a	(a)	(a)	(a)
(b)	(b)	b	(b)	(b)	b	b
(c)						
d	(d)	(d)	(d)	(d)	(d)	(d)
(e)						
(f)	f	(f)	(f)	f	(f)	(f)
(g)						

PARTE II - ESCRREVENDO PARA APRENDER (valor 3,0 pontos)

08 UM PROBLEMA DE TAXA DE VARIAÇÃO

A figura ao lado ilustra um reservatório cônico de altura $h = 10\text{ m}$ e raio $r = 4\text{ m}$, contendo água que escoa a uma vazão de $5\text{ m}^3/\text{hora}$.

1. Deduza uma relação entre as variáveis R e H .
2. A que taxa o nível da água diminui, quando $H = 6\text{ m}$?



RESPONDA AQUI A QUESTÃO 08 (use também o verso da folha)

(1) Por semelhança de triângulos, temos:

$$\frac{r}{R} = \frac{h}{H} \Leftrightarrow \frac{4}{R} = \frac{10}{H} \Leftrightarrow \boxed{R = \frac{2H}{5}}$$

(2) Se V representa o volume do cone circular reto de raio R e altura H , então $V = \frac{1}{3}\pi R^2 H$ e, assim:

$$V = \frac{\pi}{3} \left(\frac{2H}{5}\right)^2 H = \frac{4\pi}{75} H^3. \quad (2.1)$$

De (2.1) obtemos, por derivação em relação a t : $\frac{dV}{dt} = \frac{4\pi}{75} \left(3H^2 \frac{dH}{dt}\right) \Leftrightarrow \frac{dH}{dt} = \frac{25}{4\pi H^2} \frac{dV}{dt}$ e com os dados $H = 6$ e $\frac{dV}{dt} = 5$, encontramos:

$$\boxed{\frac{dH}{dt} = \frac{125}{144\pi}}$$