UFPB - CCEN - Departamento de Matemática

CÁLCULO I - AV1 DESIGUALDADES, FUNÇÕES & LIMITES

1º EXAME - Gabarito A Prof. MPMATOS

01 *Assinale o conjunto-solução da inequação* $|x+1|<2$.

(a) $(-3,1)$ (b) $(1,3)$ (c) $(-1,0)$ (d) $(-3/2,-1/2)$ (e) $(-4,0)$ (f) $(1/2,5/2)$ (g) NDR

---

02 *Ao resolver a inequação* $\dfrac{(x+2)^3}{-x+3}<0$, *encontra-se o conjunto-solução*:

(a) $(1,+\infty)$ (b) $(2,+\infty)$ (c) $(1/3,+\infty)$ (d) $(2/3,+\infty)$ (e) $(3,+\infty)$ (f) $(3/2,+\infty)$ (g) NDR

---

03 *Assinale o valor do limite* $\displaystyle\lim_{x\to-\infty}\left(\frac{-2x^3+2x}{3x^3+x^2+3}\right)$.

(a) $-1/2$ (b) $-1/3$ (c) $-2/3$ (d) $-3/2$ (e) -2 (f) 3 (g) NDR

---

04 *Ao calcular o limite da função* $f(x)=\left(x^3-8\right)\left(x^2-4\right)^{-1}$, *com* $x\to2$, *encontra-se*:

(a) $3/2$ (b) $-3/2$ (c) -3 (d) $-9/2$ (e) $9/2$ (f) 3 (g) NDR

---

05 *Qual valor de* m *faz com que a função* $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, *definida por*:

$$f(x)=\left|\begin{array}{ll} 2x, & \text{se } x\le 1 \\ m(x+2), & \text{se } x>1 \end{array}\right.$$

seja contínua no ponto $x_0=1$?

(a) $3/2$ (b) $4/3$ (c) $1/2$ (d) $2/3$ (e) $1/4$ (f) 1 (g) NDR

---

06 *Certa função* $y=f(x)$ *é definida pela regra* $f(x)=\dfrac{\sqrt{1+x^2}}{\sqrt{2-4x^2}}$. *Qual o domínio de* f?

(a) $(-3/2,3/2)$ (b) $(-2,2)$ (c) $(-3,3)$ (d) $(-2/3,2/3)$ (e) $(-1/2,1/2)$ (f) $(-1,1)$ (g) NDR

---

07 *Assinale o valor da declividade da reta tangente à curva* $y=\sqrt{x+1}$, *no ponto de abscissa* $x_0=1$.

(a) $\sqrt{6}/12$ (b) $1/4$ (c) $\sqrt{2}/8$ (d) $\sqrt{2}/4$ (e) $\sqrt{5}/10$ (f) $\sqrt{3}/6$ (g) NDR

GABARITO (PREENCHIMENTO OBRIGATÓRIO)

01	02	03	04	05	06	07
a	(a)	**a**	(a)	(a)	(a)	(a)
(b)	**b**	(b)	(b)	(b)	(b)	**b**
(c)	(c)	(c)	(c)	**c**	(c)	(c)
(d)	(d)	(d)	(d)	(d)	(d)	(d)
(e)	(e)	(e)	**e**	(e)	(e)	(e)
(f)	(f)	(f)	(f)	(f)	**f**	(f)

PARTE II - ESCREVENDO PARA APRENDER (valor 3,0 pontos)

08 *Certa função $y = f(x)$ é definida pela regra:*

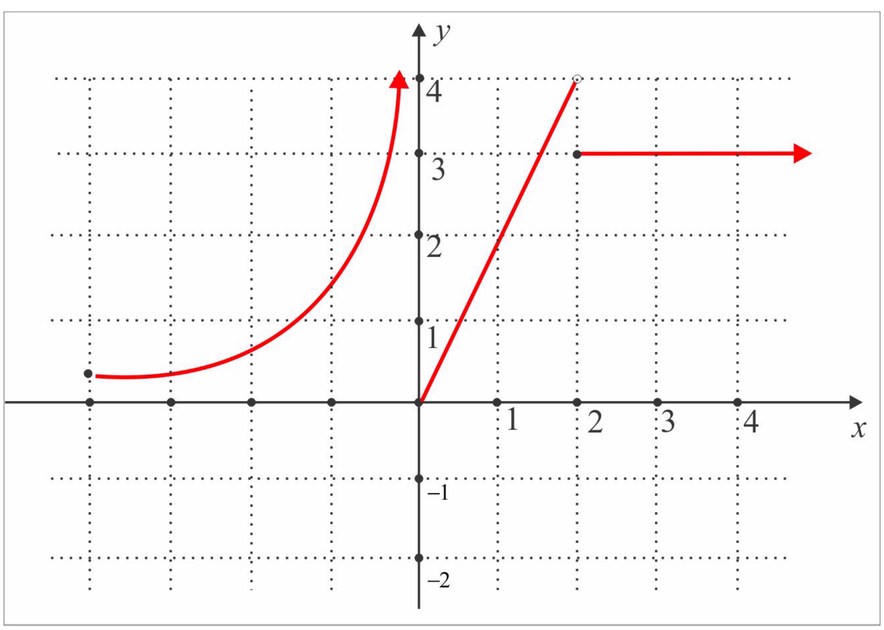
$$f(x) = \left| \begin{array}{lll} -1/x, & \text{se} & -4 \le x < 0 \\ 2x, & \text{se} & 0 \le x < 2 \\ 3, & \text{se} & x \ge 2. \end{array} \right. .$$

(a) *Esboce graficamente a função f* e *identifique o domínio $D(f)$ e a imagem $I(f)$ da função f.*

(b) *Como se comporta a expressão*: $f(2^+) + 3 \cdot f(2^-) - \lim\limits_{x \to +\infty} f(x) + f(1)$?

RESPONDA AQUI A QUESTÃO 08 (use também o verso da folha)

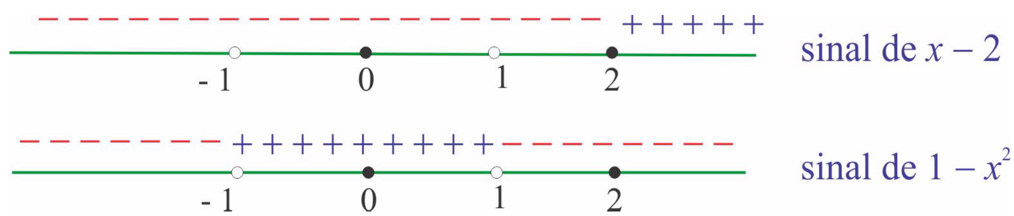
(a) $\mathrm{Dom}(f) = [-4, +\infty)$; $\mathrm{Im}(f) = [0. + \infty)$ (b) $f(2^+) + 3 \cdot f(2^-) - \lim\limits_{x \to \infty} f(x) + f(1) = 14.$



1º EXAME - Gabarito B Prof. MPMATOS

01 Determine o domínio D da função $y = f(x)$ definida pela regra $f(x) = \sqrt{\dfrac{x-2}{1-x^2}}$.

SOLUÇÃO O domínio da função é constituido dos números x para os quais a fração $\dfrac{x-2}{1-x^2}$ é não negativa.



Observando a figura acima, vemos que: $\dfrac{x-2}{1-x^2} \geq 0$ se, e somente se, $x < -1$ ou $1 < x \leq 2$. Logo, o domínio de f é o conjunto

$$D(f) = (-\infty, -1) \cup (1, 2].$$

---

02 Seja $f : (-\infty, 1] \to (-\infty, b]$ a função definida pela regra $f(x) = -x^2 + 2x$.

(a) Esboce o gráfico de f e determine o valor máximo de b que torna f bijetora.

(b) Determine a expressão da inversa f^{-1} e esboce o seu gráfico.

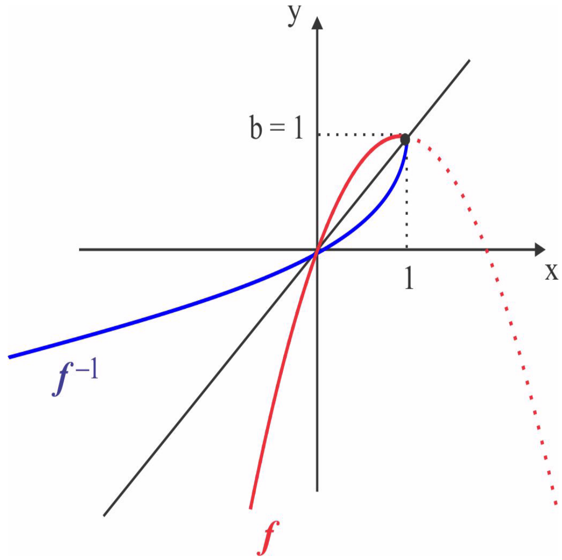
SOLUÇÃO

(a) O gráfico de f é a parábola com vértice no ponto $A(1, 1)$ e a função f será bijetora se $b \leq 1$. O valor máximo de b que torna f bijetora é $b = 1$.

(b) Os gráficos da função f e de sua inversa f^{-1} estão na figura acima. A expressão da inversa $f^{-1}(y)$ é determinada resolvendo-se a equação $y = -x^2 + 2x$ para x. Sendo $x \geq 1$, temos:

$$y = -x^2 + 2x \Rightarrow -x^2 + 2x - y = 0 \Rightarrow x = \frac{-2 + \sqrt{4 - 4y}}{-2} = 1 - \sqrt{1 - y}.$$

Logo a inversa é dada por $f^{-1}(y) = 1 - \sqrt{1-y}, \quad y \leq 1$. Se usarmos a variável x como variável independente, escrevemos $f^{-1}(x) = 1 - \sqrt{1-x}, \quad x \leq 1$.



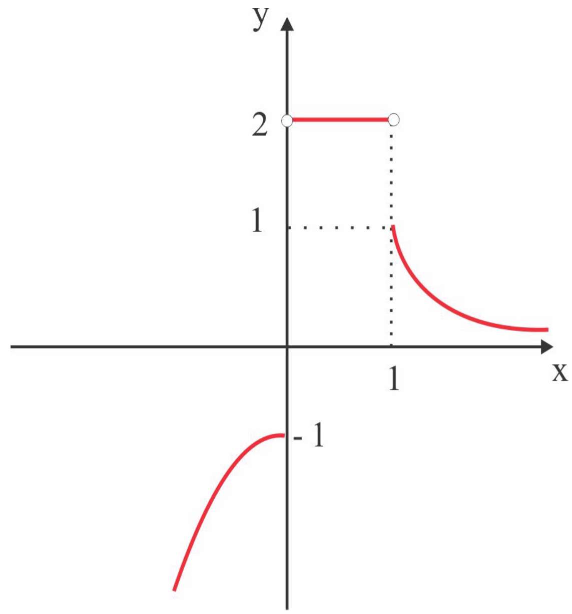
03 Considere a função $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por:

$$f(x) = \left| \begin{array}{ll} 1/x, & \text{se } x \geq 1 \\ 2, & \text{se } 0 < x < 1 \\ -x^2 - 1, & \text{se } x \leq 0 \end{array} \right.$$

Esboce o gráfico de f e com base no gráfico de f, preencha a tabela com os valores dos limites:

$\lim_{x\to+\infty} f(x)$	$\lim_{x\to-\infty} f(x)$	$\lim_{x\to1^+} f(x)$	$\lim_{x\to1^-} f(x)$	$\lim_{x\to0^+} f(x)$	$\lim_{x\to0^-} f(x)$

SOLUÇÃO O gráfico de f está ilustrado na figura abaixo.



Com base no gráfico de f, temos a tabela com os valores dos limites:

$\lim_{x\to+\infty} f(x)$	$\lim_{x\to-\infty} f(x)$	$\lim_{x\to1^+} f(x)$	$\lim_{x\to1^-} f(x)$	$\lim_{x\to0^+} f(x)$	$\lim_{x\to0^-} f(x)$
0	$-\infty$	1	2	2	-1

---

04 Calcule os seguintes limites:

(a) $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\frac{2x^3-x-1}{x^3-2x+4}$ **(b)** $\displaystyle\lim_{x\to1}\frac{x^3-3x+2}{x^3-1}$ **(c)** $\displaystyle\lim_{x\to9}\frac{\sqrt{x}-3}{x-9}$.

SOLUÇÃO

(a) $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\frac{2x^3-x-1}{x^3-2x+4}=\lim_{x\to\infty}\frac{x^3(2-1/x^2-1/x^3)}{x^3(1-2/x^2+4/x^3)}=\lim_{x\to\infty}\frac{2-1/x^2-1/x^3}{1-2/x^2+4/x^3}=\boxed{2}$

(b) $\displaystyle\lim_{x\to1}\frac{x^3-3x+2}{x^3-1}=\lim_{x\to1}\frac{(x-1)\left(x^2+x-2\right)}{(x-1)\left(x^2+x+1\right)}=\lim_{x\to1}\frac{x^2+x-2}{x^2+x+1}=\boxed{0}$

(c) $\displaystyle\lim_{x\to9}\frac{\sqrt{x}-3}{x-9}=\lim_{x\to9}\left(\frac{\sqrt{x}-3}{x-9}\times\frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+3}\right)=\lim_{x\to9}\frac{x-9}{(x-9)\left(\sqrt{x}+3\right)}=\lim_{x\to9}\frac{1}{\sqrt{x}+3}=\boxed{1/6}$